

Parte 1. Definizioni, esempi, enunciati di teoremi/proposizioni (20 punti)

- Es 1 [Pt. 5]** Enunciare il teorema dei valori intermedi per funzioni continue e dire di quale teorema è conseguenza.
- Es 2 [Pt. 5]** Definire (per serie) le funzioni seno e coseno ed elencarne i limiti notevoli.
- Es 3 [Pt. 5]** Dare la definizione di insieme compatto per successioni ed enunciare il teorema di caratterizzazione. Dare esempi di insiemi compatti e non compatti.
- Es 4 [Pt. 5]** Enunciare il criterio di convergenza per serie di Dirichlet e dedurne il criterio di Leibnitz.
-

Parte 2. Svolgimento di esercizi assegnati (60 punti)

Es 5 [Pt. 10] Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(2 - \cos x)}{\sin^2 x}$.

Es 6 [Pt. 8] Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{\sqrt{n}} - 2^n)$.

Es 7 [Pt. 12] Studiare la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^2}$.

Es 8 [Pt. 10] Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$.

Es 9 [Pt. 10] Discutere la continuità della funzione $f(x) = e^{\frac{1}{x+1}}$.

Es 10 [Pt. 10] Discutere il minimo e massimo limite della successione $\frac{n!}{2^n} \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$.

Parte 3. Esercizio originale (20 punti)

Svolgere uno dei seguenti esercizi:

Es 11 Discutere la continuità ed uniforme continuità della funzione $f : x \in (0, \infty) \rightarrow f(x) = x \sin \frac{1}{x} \in \mathbb{R}$.

Es 11bis Studiare la serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{[n/3]}}{\sqrt{\log n}}$, ($[x]$ denota la parte intera di x).